

基礎マクロ：IS-LM モデル

日野将志

一橋大学

2021

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

IS-LM モデル：ケインズ的なモデルの考え方

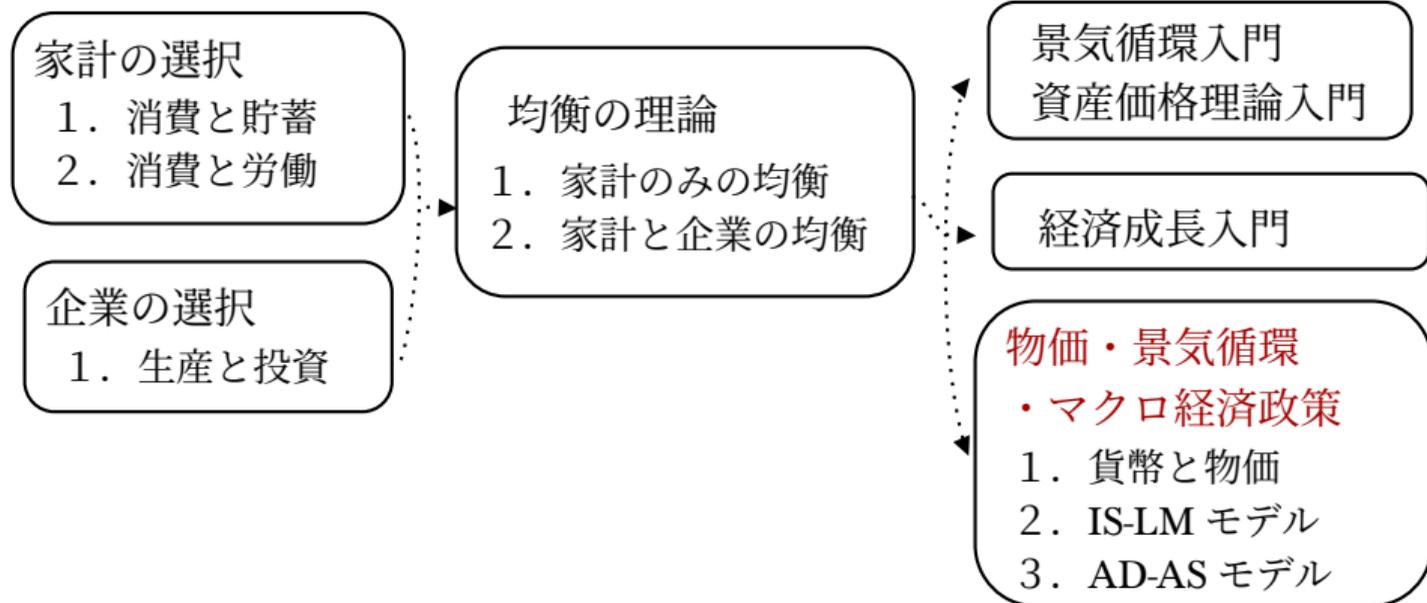
これまでの内容：(新) 古典派的なモデル

- ▶ 価格は自由に調整される
- ▶ 市場は完全競争で、政策は市場の効率性を改善しない

ケインズ的なモデル

- ▶ 価格は自由に調整できない
 - ▶ 価格が調整できないため、数量が大きく動く
- ▶ 市場は不完全競争であり、政策は实体经济に影響を与える

ロードマップ：それぞれの関係



▶ 教科書：

- ▶ 基本的な IS-LM：二神・堀 11 章，宮尾 6 章
- ▶ 動学的な IS-LM：Kurlat 14.4

ケインジアン的なマクロ経済学：概要

これから数週間はこの内容

実物的な側面

- ・家計の消費 (需要)
 - ・企業の投資 (需要)
- ⇒IS 曲線

貨幣的な側面

- ・貨幣の供給
 - ・貨幣の需要
- ⇒LM 曲線

IS-LM モデル

「物価 p が所与の下で、
(Y, r) の決定」
⇒AD 曲線へ

AS 曲線

AD-AS モデル

「(p, Y, r) の決定」

このスライドの内容

1. IS 曲線
2. 基本的な IS-LM モデル
 - LM 曲線
 - IS-LM
 - IS-LM による政策分析
3. 動学的な IS-LM モデル
 - 動学的な IS-LM モデルを使った分析
4. AD 曲線
5. まとめ
6. 補論：IS-MP モデル
7. 数学補論

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

IS 曲線

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

45 度線分析の復習

概要：**IS 曲線**は、45 度線分析 (復習：家計消費と貯蓄) + 右下がりの投資関数

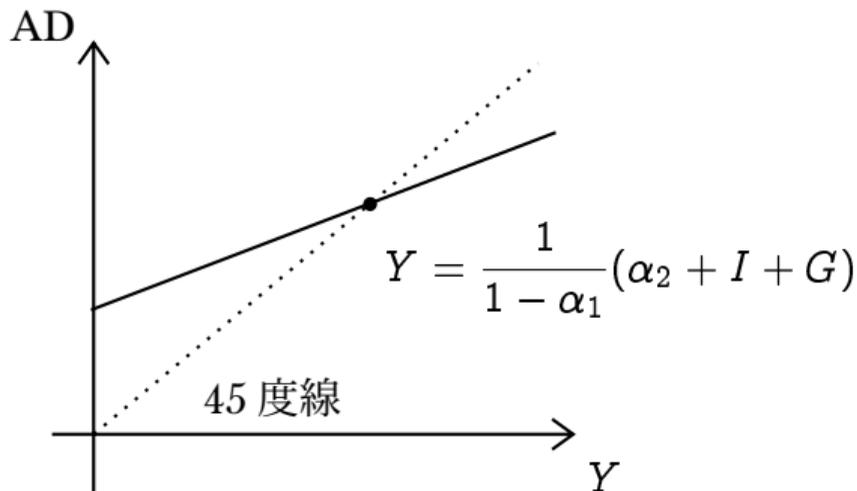
復習：45 度線分析

▶ 財市場の均衡条件

$$C + I + G = Y$$

▶ ケインズ型消費関数

$$C = \alpha_1 Y + \alpha_2$$



IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

IS 曲線

閉鎖経済を考える．財の市場の均衡条件は

$$C + I + G = Y$$

それぞれの要素は次の特徴を持つとする (要復習)

- ▶ 投資関数： $I = I(r)$
 - ▶ 投資関数は $I'(r) < 0$ とする
 - ▶ 利率が上がる \Rightarrow 投資のための機会費用が上がる \Rightarrow 投資は下がる
- ▶ 政府支出： G は外生
 - ▶ 政府は政府自身の裁量によって G を決める

結果的に、

IS 曲線：財市場の均衡条件

$$\text{IS 曲線：} \quad C(Y) + I(r) + G = Y$$

IS の由来： $I = S$

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

IS 曲線

閉鎖経済を考える。財の市場の均衡条件は

$$C + I + G = Y$$

それぞれの要素は次の特徴を持つとする (要復習)

- ▶ 投資関数： $I = I(r)$
 - ▶ 投資関数は $I'(r) < 0$ とする
 - ▶ 利率が上がる \Rightarrow 投資のための機会費用が上がる \Rightarrow 投資は下がる
- ▶ 政府支出： G は外生
 - ▶ 政府は政府自身の裁量によって G を決める

結果的に、

IS 曲線：財市場の均衡条件

$$\text{IS 曲線：} \quad C(Y) + I(r) + G = Y$$

IS の由来： $I = S$

IS 曲線

閉鎖経済を考える。財の市場の均衡条件は

$$C + I + G = Y$$

それぞれの要素は次の特徴を持つとする (要復習)

- ▶ 投資関数： $I = I(r)$
 - ▶ 投資関数は $I'(r) < 0$ とする
 - ▶ 利率が上がる \Rightarrow 投資のための機会費用が上がる \Rightarrow 投資は下がる
- ▶ 政府支出： G は外生
 - ▶ 政府は政府自身の裁量によって G を決める

結果的に、

IS 曲線：財市場の均衡条件

$$\text{IS 曲線：} \quad C(Y) + I(r) + G = Y$$

IS の由来： $I = S$

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

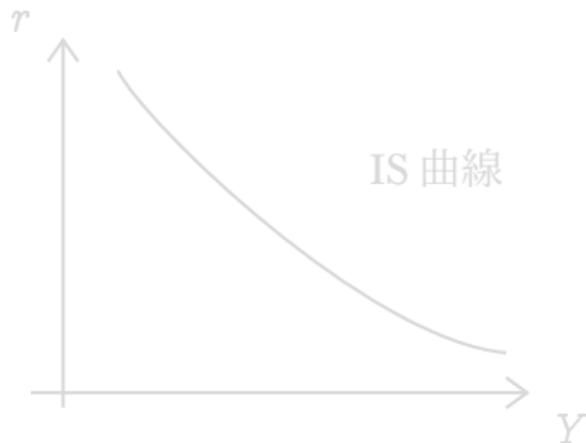
数学補論

IS 曲線の図による表現

前述の財の市場均衡条件を Y, r について全微分すると,

$$\underbrace{C'(Y)}_{=\alpha_1} dY + \underbrace{I'(r)}_{<0} dr = dY$$
$$\Rightarrow \frac{dr}{dY} = \frac{1 - \alpha_1}{I'(r)} < 0$$

(Y, r) 平面に対して, 右下がり



IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

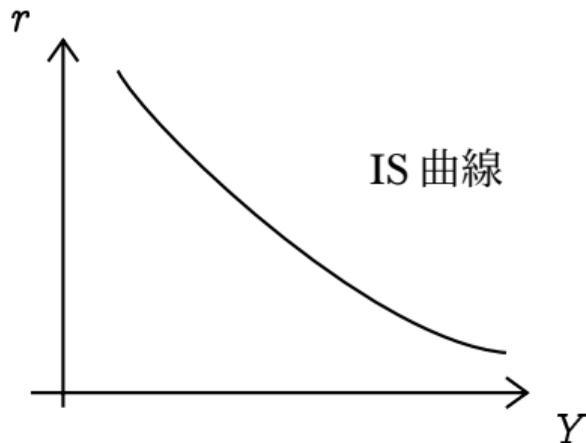
数学補論

IS 曲線の図による表現

前述の財の市場均衡条件を Y, r について全微分すると,

$$\underbrace{C'(Y)}_{=\alpha_1} dY + \underbrace{I'(r)}_{<0} dr = dY$$
$$\Rightarrow \frac{dr}{dY} = \frac{1 - \alpha_1}{I'(r)} < 0$$

(Y, r) 平面に対して, 右下がり



IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

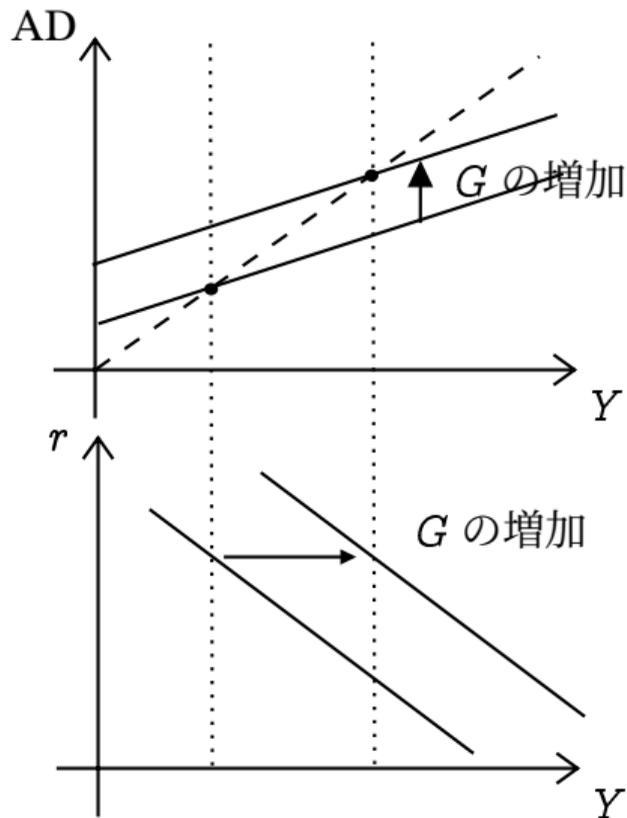
まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

IS 曲線：財政政策

- ▶ 政策の効果： G が増えたら右にシフト



45 度線

 G の増加によって Y 増加

IS 曲線

 G の増加によって右シフト

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

静学的な IS-LM モデル：ケインズ型消費関数に基づいたもの

(※いわゆる一般的な IS-LM)

- ▶ 物価 $p(=1)$ は固定されている (硬直物価)
 - ▶ インフレ率 $\pi = 0 \Rightarrow r = i$ (実質利子率 = 名目利子率)
 - ▶ 復習: フィッシャー方程式 $i = r + \pi$
- ▶ 2つの変数 (Y, r) が次の二つの市場で決まる
 - ▶ IS 曲線: 財市場の均衡条件
 - ▶ LM 曲線: 貨幣市場の均衡条件

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論: IS-MP モデル

数学補論

LM 曲線

貨幣の需給を考える。貨幣市場の均衡条件は以下のとおり。

LM 曲線：貨幣市場の均衡条件

$$M^S = m^D(Y, r)p$$

- ▶ M^S ：中央銀行がコントロールする
- ▶ m^D ：家計の実質貨幣需要
 - ▶ $\partial m^D(Y, r)/\partial Y > 0$
 - ▶ 取引 Y が増えると貨幣が必要になる
 - ▶ $\partial m^D(Y, r)/\partial r < 0$
 - ▶ 利息が上がると、資産が優位になる (貨幣の機会費用が上がる)

LM 曲線

貨幣の需給を考える。貨幣市場の均衡条件は以下のとおり。

LM 曲線：貨幣市場の均衡条件

$$M^S = m^D(Y, r)p$$

- ▶ M^S ：中央銀行がコントロールする
- ▶ m^D ：家計の実質貨幣需要
 - ▶ $\partial m^D(Y, r)/\partial Y > 0$
 - ▶ 取引 Y が増えると貨幣が必要になる
 - ▶ $\partial m^D(Y, r)/\partial r < 0$
 - ▶ 利息が上がると、資産が優位になる (貨幣の機会費用が上がる)

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

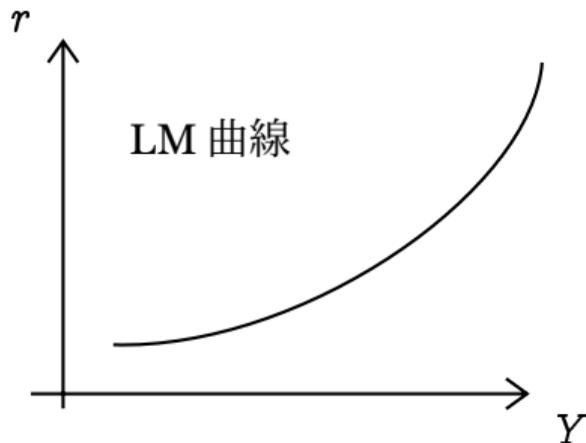
LM 曲線の図解

IS 曲線の時と同様に全微分する

$$0 = p \frac{\partial m^D(Y, r)}{\partial Y} dY + p \frac{\partial m^D(Y, r)}{\partial r} dr$$

$$\frac{dr}{dY} = - \frac{\frac{\partial m^D(Y, r)}{\partial Y}}{\frac{\partial m^D(Y, r)}{\partial r}} > 0$$

(Y, r) 平面上で右上り



IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

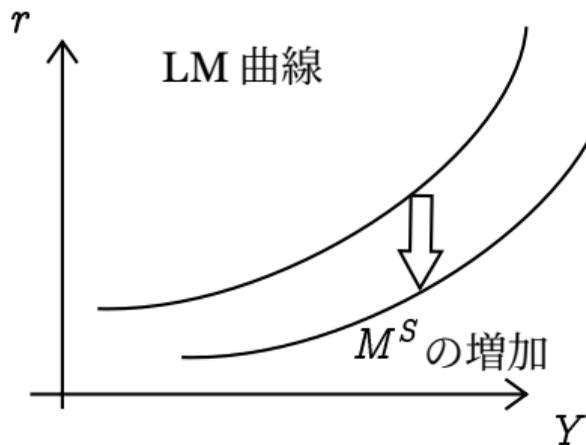
まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

LM 曲線に関する補足

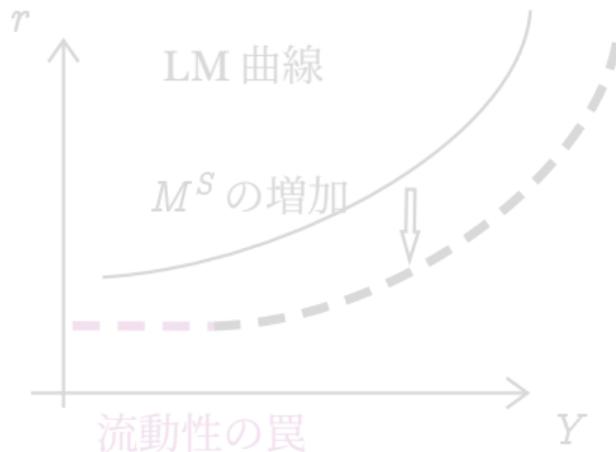
- ▶ LM の由来：Liquidity-Money
- ▶ 政策の効果： M^S が増えたら，下にシフト



貨幣供給と流動性の罅

流動性の罅 (Liquidity Trap) : LM 曲線が水平になる

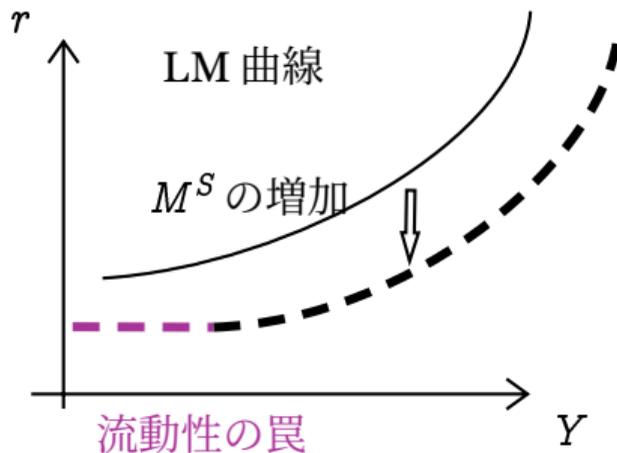
- ▶ (原則として) 利子率は 0 未満にできない (Zero Lower Bound)
- ▶ より現実的には, 実質的な下限 (Effective Lower Bound) がある
 - ▶ 例: マイナス金利政策 (日本 2016 年)



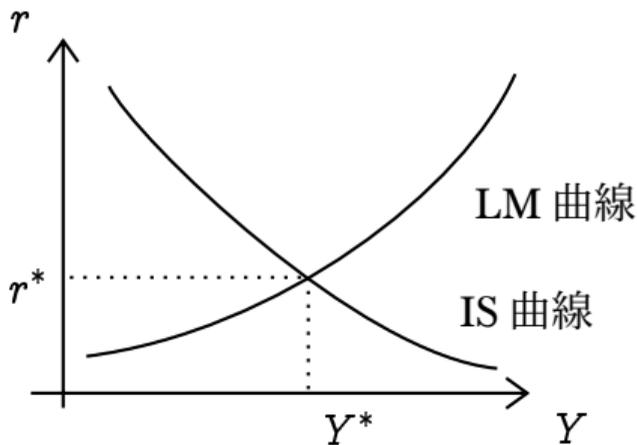
貨幣供給と流動性の罠

流動性の罠 (Liquidity Trap) : LM 曲線が水平になる

- ▶ (原則として) 利子率は 0 未満にできない (Zero Lower Bound)
- ▶ より現実的には, 実質的な下限 (Effective Lower Bound) がある
 - ▶ 例: マイナス金利政策 (日本 2016 年)



IS 曲線 (財市場の均衡) と LM 曲線 (貨幣市場の均衡) の交点で均衡の (Y, r) が決まる.



IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

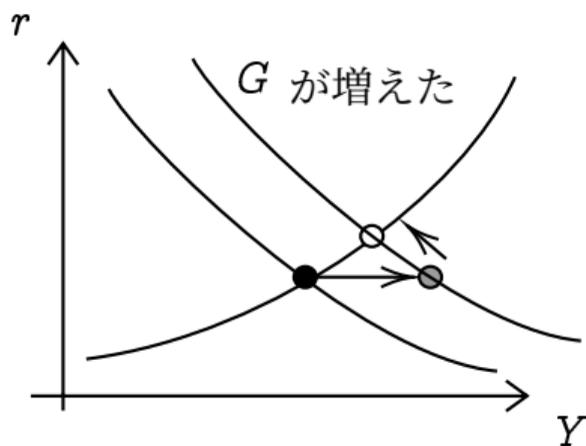
補論: IS-MP モデル

数学補論

IS-LM モデルによる財政政策：政府支出 G

IS-LM

日野将志



IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

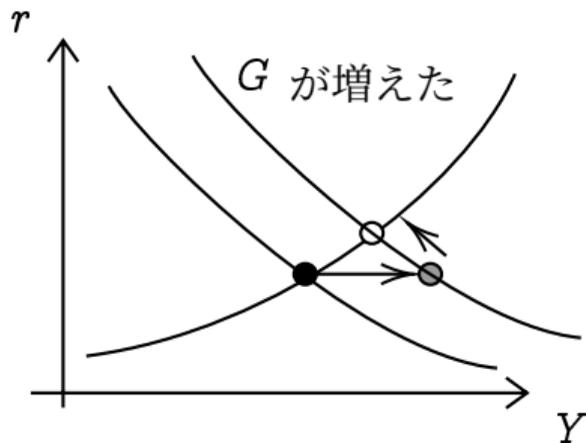
まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

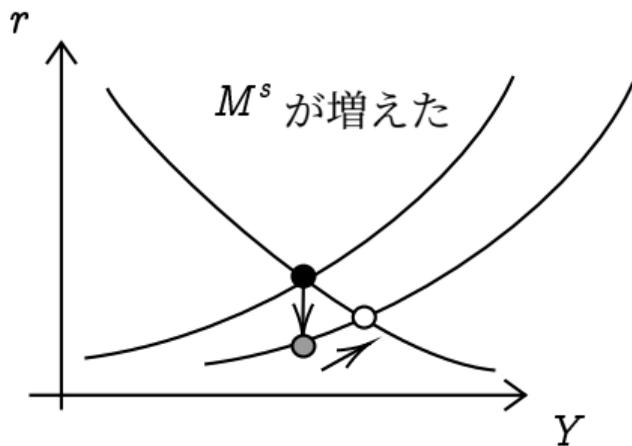
起きてること

- (1) G が増えて、乗数効果より Y が増える
- (2) Y が増えたので貨幣需要 $m^D(Y, r)$ が増える
- (3) $m^D(Y, r)$ が増えた結果、(資産保有が減り) 金利 r が上がる
- (4) r が上がったので、 $I(r)$ が減る (クラウディング・アウト)

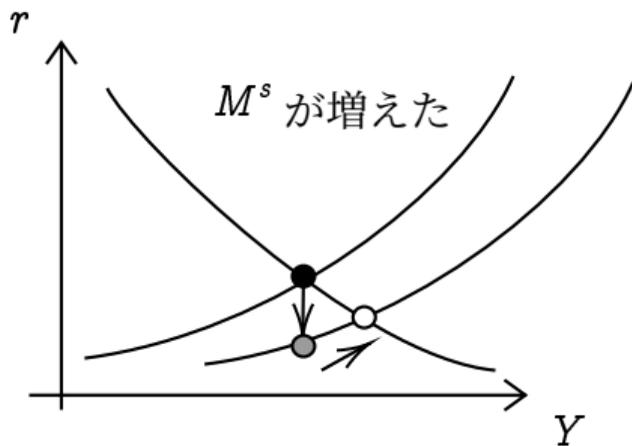
IS-LM モデルによる財政政策：政府支出 G 

起きてること

- (1) G が増えて、乗数効果より Y が増える
- (2) Y が増えたので貨幣需要 $m^D(Y, r)$ が増える
- (3) $m^D(Y, r)$ が増えた結果、(資産保有が減り) 金利 r が上がる
- (4) r が上がったので、 $I(r)$ が減る (クラウディング・アウト)

IS-LM モデルによる金融政策：貨幣供給 M^S 

- (1) M^S が増えたので貨幣が余る。家計は資産を持つようになる
- (2) 資産需要が増えた結果、利子率 r が下がる
- (3) 利子率が下がったので、 $I(r)$ ひいては Y が増える
- (4) Y が増えると $m^D(Y, r)$ が増えて、 r が上がる



- (1) M^S が増えたので貨幣が余る。家計は資産を持つようになる
- (2) 資産需要が増えた結果、利子率 r が下がる
- (3) 利子率が下がったので、 $I(r)$ ひいては Y が増える
- (4) Y が増えると $m^D(Y, r)$ が増えて、 r が上がる

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

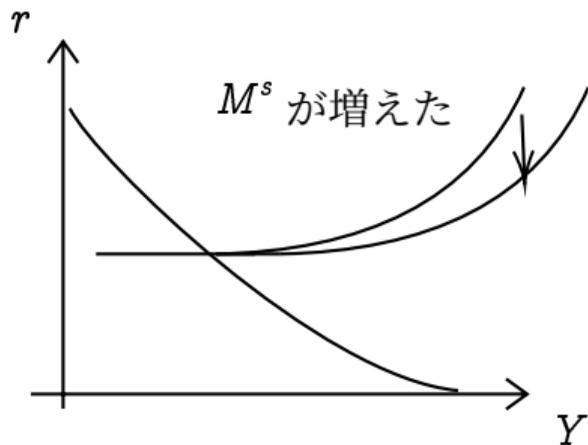
補論：IS-MP モデル

数学補論

IS-LM モデルによる貨幣供給 M^S : 流動性の罫

IS-LM

日野将志



- ▶ Y が全く増えない!
- ▶ 流動性の罫のとき金融政策 (流動性を増やす政策) は効果が無くなる
 - ▶ 近年の先進国はどこも低金利

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

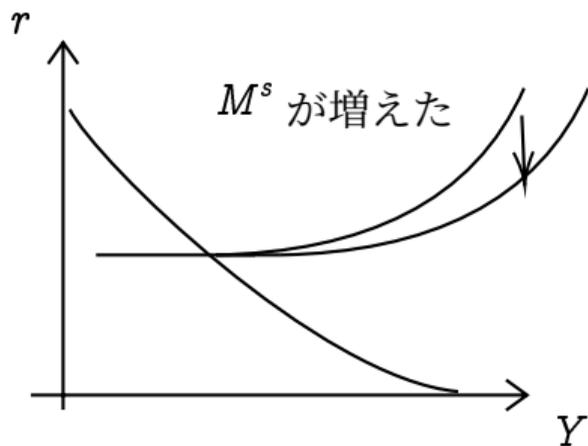
補論: IS-MP モデル

数学補論

IS-LM モデルによる貨幣供給 M^S : 流動性の罫

IS-LM

日野将志



- ▶ Y が全く増えない!
- ▶ 流動性の罫のとき金融政策 (流動性を増やす政策) は効果が無くなる
 - ▶ 近年の先進国はどこも低金利

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

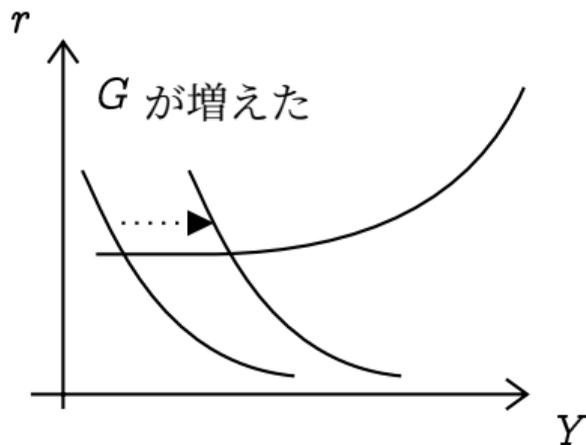
動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論: IS-MP モデル

数学補論



- ▶ r が全く上がらない！ ⇒ クラウディング・アウトしない
- ▶ 流動性の罫のとき財政政策は大きな効果がある
 - ▶ 乗数効果をそのまま発揮する
 - ▶ 復習：乗数効果 $1/(1 - \alpha_1)$

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

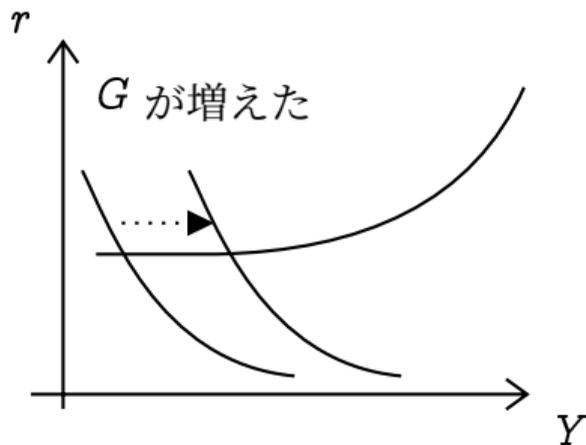
動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論



- ▶ r が全く上がらない！ ⇒ クラウディング・アウトしない
- ▶ 流動性の罭のとき財政政策は大きな効果がある
 - ▶ 乗数効果をそのまま発揮する
 - ▶ 復習：乗数効果 $1/(1 - \alpha_1)$

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

LM 曲線

IS-LM

IS-LM による政策分析

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

IS-LM モデルの注意点

基本的な（＝静学的な）IS-LM の注意点

- ▶ **家計は当期の所得だけを考慮してる**
- ▶ 国債で発行
- ▶ 将来増税されるとしても気にしない

課税の場合はどうなる？練習問題 (?)

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデルを使った分析

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

動学的な IS-LM モデル：2 期間モデルに基づいた IS-LM

Kurlat 14 章 (特に 14.4)

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデルを使った分析

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

2 期間モデルに基づく IS-LM の概要

2 期間モデルの良い点

- ▶ 2 期間モデルの場合，家計は将来の増税も考慮する
- ▶ 理論的にも，何が起きているかクリア

2 期間モデルの欠点

- ▶ 難しくなる

目標：同様に IS 曲線を導出する

- ▶ 家計の導出目標：オイラー方程式
- ▶ 企業の導出目標：右下がりの投資関数 $I'(r) < 0$

(※ LM 曲線は同じものを利用)

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデルを使った分析

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

2 期間モデルに基づく IS-LM の概要

2 期間モデルの良い点

- ▶ 2 期間モデルの場合，家計は将来の増税も考慮する
- ▶ 理論的にも，何が起きているかクリア

2 期間モデルの欠点

- ▶ 難しくなる

目標：同様に IS 曲線を導出する

- ▶ 家計の導出目標：オイラー方程式
- ▶ 企業の導出目標：右下がりの投資関数 $I'(r) < 0$

(※ LM 曲線は同じものを利用)

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデルを使った分析

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

2 期間モデルに基づく IS-LM の概要

2 期間モデルの良い点

- ▶ 2 期間モデルの場合，家計は将来の増税も考慮する
- ▶ 理論的にも，何が起きているかクリア

2 期間モデルの欠点

- ▶ 難しくなる

目標：同様に IS 曲線を導出する

- ▶ 家計の導出目標：オイラー方程式
- ▶ 企業の導出目標：右下がりの投資関数 $I'(r) < 0$

(※ LM 曲線は同じものを利用)

2 期間モデル：家計の最大化問題

家計の最大化問題：消費と貯蓄の選択

$$\max_{C_1, C_2, S} u(C_1) + \beta u(C_2)$$

$$\text{s.t. } C_1 + S = Y_1 - T_1$$

$$C_2 = Y_2 + (1 + r)S - T_2$$

オイラー方程式は

$$u'(C_1) = \beta(1 + r)u'(C_2)$$

となる。

2 期間モデル：企業の最大化問題

- ▶ 1 期首には資本を持っていない
- ▶ 1 期目は労働のみを使った生産 $F(L)$ を行う。2 期目で使う資本を投資もする。
- ▶ 2 期目は、1 期目に決めた資本を使って生産 $f(K)$ を行う
- ▶ 生産関数 F, f はそれぞれ $(F', f') > 0$ かつ $(F'', f'') < 0$

$$\max_{L, K} \pi_1 + \frac{1}{1+r} \pi_2$$

$$\text{s.t. } \pi_1 = z_1 F(L) - wL - I$$

$$I = K$$

$$\pi_2 = z_2 f(K) + (1 - \delta)K$$

$I'(r) < 0$ が導ける (次頁)

2 期間モデル：企業の最大化問題

$$\max_{L, K} z_1 F(L) - wL - K + \frac{1}{1+r} [z_2 f(K) + (1-\delta)K]$$

一階条件は以下の通り.

$$z_1 F'(L) = w$$

$$1 + r = z_2 f'(K) + 1 - \delta$$

2 本目の一階条件は $I = K$ なので、整理すると以下の通り.

$$I = f'^{-1} \left(\frac{r + \delta}{z_2} \right) \equiv I(r)$$

次に、「減少関数の逆関数は減少関数」なので、 $f''(K) < 0$ ならば $(f'^{-1})'(\cdot) < 0$ となる (補足). したがって,

$$I'(r) < 0$$

財市場の均衡条件とオイラー方程式

財市場の均衡条件は以下のとおり

$$C_1 + I + G_1 = Y_1$$

$$C_2 + G_2 = z_2 f(K)$$

これをオイラー方程式に代入する.

動学的 IS 曲線

$$\text{動学的 IS 曲線} \quad u'(\underbrace{Y_1 - G_1 - I(r)}_{=C_1}) = \beta(1+r)u'(\underbrace{z_2 f(I(r)) - G_2}_{=C_2})$$

次のステップ： dY_1/dr を計算するために全微分する.

財市場の均衡条件とオイラー方程式

財市場の均衡条件は以下のとおり

$$C_1 + I + G_1 = Y_1$$

$$C_2 + G_2 = z_2 f(K)$$

これをオイラー方程式に代入する。

動学的 IS 曲線

$$\text{動学的 IS 曲線} \quad u'(\underbrace{Y_1 - G_1 - I(r)}_{=C_1}) = \beta(1+r)u'(\underbrace{z_2 f(I(r)) - G_2}_{=C_2})$$

次のステップ： dY_1/dr を計算するために全微分する。

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデルを使った分析

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

計算...

$$\text{Euler} \equiv u'(Y_1 - G_1 - I(r)) - \beta(1+r)u'(z_2 f(I(r)) - G_2)$$

全微分のために偏微分をそれぞれ計算する

$$\frac{\partial \text{Euler}}{\partial Y_1} = u''(c_1) < 0$$

$$\frac{\partial \text{Euler}}{\partial r} = \underbrace{-u''(c_1)}_{-} \underbrace{I'(r)}_{-} - \beta u'(c_2) - \beta(1+r) \underbrace{u''(c_2)}_{-} \underbrace{z_2 f'(I)}_{+} \underbrace{I'(r)}_{-} < 0$$

したがって、

$$\frac{dY_1}{dr} = -\frac{\frac{\partial \text{Euler}}{\partial r}}{\frac{\partial \text{Euler}}{\partial Y_1}} < 0$$

右下がりの IS 曲線！

計算...

$$\text{Euler} \equiv u'(Y_1 - G_1 - I(r)) - \beta(1+r)u'(z_2 f(I(r)) - G_2)$$

全微分のために偏微分をそれぞれ計算する

$$\frac{\partial \text{Euler}}{\partial Y_1} = u''(c_1) < 0$$

$$\frac{\partial \text{Euler}}{\partial r} = \underbrace{-u''(c_1)}_{-} \underbrace{I'(r)}_{-} - \beta u'(c_2) - \beta(1+r) \underbrace{u''(c_2)}_{-} \underbrace{z_2 f'(I)}_{+} \underbrace{I'(r)}_{-} < 0$$

したがって、

$$\frac{dY_1}{dr} = -\frac{\frac{\partial \text{Euler}}{\partial r}}{\frac{\partial \text{Euler}}{\partial Y_1}} < 0$$

右下がりの IS 曲線！

計算...

$$\text{Euler} \equiv u'(Y_1 - G_1 - I(r)) - \beta(1+r)u'(z_2 f(I(r)) - G_2)$$

全微分のために偏微分をそれぞれ計算する

$$\frac{\partial \text{Euler}}{\partial Y_1} = u''(c_1) < 0$$

$$\frac{\partial \text{Euler}}{\partial r} = \underbrace{-u''(c_1)}_{-} \underbrace{I'(r)}_{-} - \beta u'(c_2) - \beta(1+r) \underbrace{u''(c_2)}_{-} \underbrace{z_2 f'(I)}_{+} \underbrace{I'(r)}_{-} < 0$$

したがって、

$$\frac{dY_1}{dr} = -\frac{\frac{\partial \text{Euler}}{\partial r}}{\frac{\partial \text{Euler}}{\partial Y_1}} < 0$$

右下がりの IS 曲線！

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデルを使った分析

AD 曲線

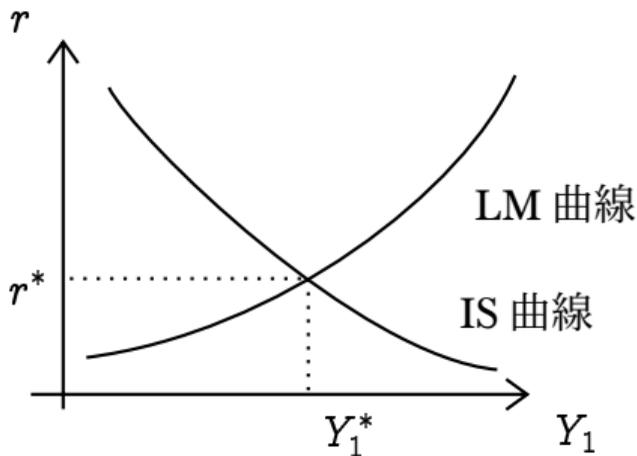
まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

2 期間モデルに基づいた IS-LM

LM 曲線は同じ。 Y_1 になったのがマイナーチェンジ



IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデルを使った分析

AD 曲線

まとめ

補論: IS-MP モデル

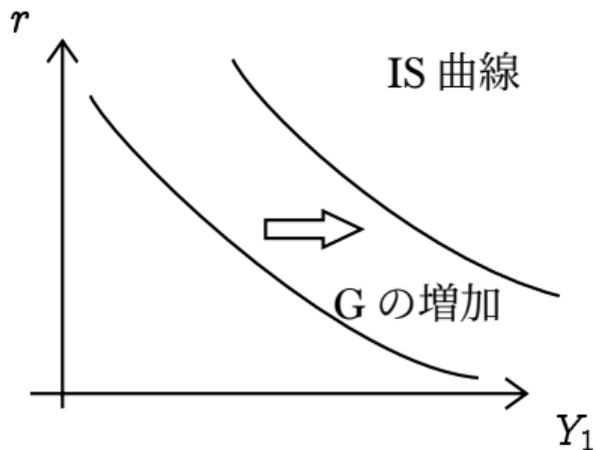
数学補論

2 期間 IS-LM モデルにおける財政政策

政府が G_1 を上げる.

$$\frac{\partial \text{Euler}}{\partial G_1} = -u''(c_1) > 0$$

Euler は右シフト



2 期間 IS-LM モデルにしかできないこと

自然な疑問：同じように見えるモデルだけど違いはある？

- ▶ 静学的な IS-LM には無いショック
 - ▶ 選好のショック (β の変化)
 - ▶ 来期の景気の予想 (z_2 の変化, なお $z_2 F^K(K)$ とする)
- ▶ 今期課税する場合 (T_1) と来期課税する場合 (T_2) の分析

総じて、2 期間モデルの方が、リッチな分析が出来る

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデルを使った分析

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

動学的な IS-LM モデルを使った分析

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデルを使った分析

AD 曲線

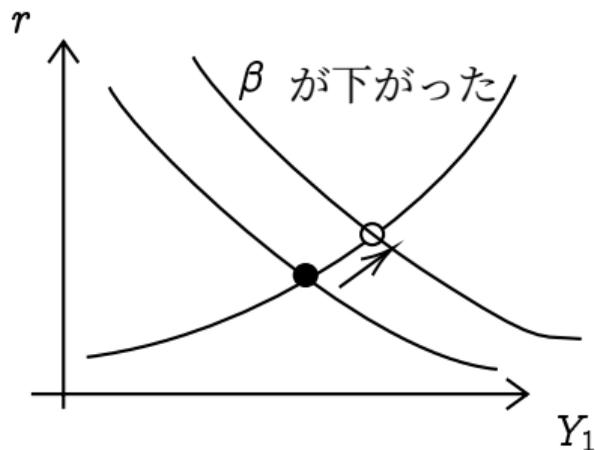
まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

選好 β の変化

$\beta \downarrow$: 「明日まで我慢できない！」貯蓄を減らして今日消費をする
IS 曲線が右にシフトする



今日の消費が増えるため、 Y_1 は増える (ただし、 $S \downarrow \Rightarrow I \downarrow \Rightarrow Y_2 \downarrow$ と Y_2 は減る)

将来の生産性 z_2 の変化

投資関数： $I(r, z_2)$ かつ $\partial I(r, z_2)/\partial z_2 > 0$. $z_2 \uparrow$ と将来の生産性が上がることを知っ

たとする：

- ▶ 来期の生産性が高い \Rightarrow 投資を増やす \Rightarrow 消費 $C_1 \downarrow$ (代替効果)
- ▶ 来期の生産量が多い \Rightarrow 恒常所得 $\uparrow \Rightarrow$ 消費 $C_1 \uparrow$ (所得効果)

\Rightarrow トータルでは C_1 が上がるかどうかは分からない.

I が上がることは分かる.

- ▶ 仮に C_1 が下がるとする. それでも I の上がり幅 $>$ C_1 の下がり幅とする. そのとき $z_2 \uparrow$ は IS 曲線を右にシフトさせる

将来の生産性 z_2 の変化

投資関数: $I(r, z_2)$ かつ $\partial I(r, z_2)/\partial z_2 > 0$. $z_2 \uparrow$ と将来の生産性が上がることを知っ

たとする:

- ▶ 来期の生産性が高い \Rightarrow 投資を増やす \Rightarrow 消費 $C_1 \downarrow$ (代替効果)
- ▶ 来期の生産量が多い \Rightarrow 恒常所得 $\uparrow \Rightarrow$ 消費 $C_1 \uparrow$ (所得効果)

\Rightarrow トータルでは C_1 が上がるかどうかは分からない.

I が上がることは分かる.

- ▶ 仮に C_1 が下がるとする. それでも I の上がり幅 $>$ C_1 の下がり幅とする. そのとき $z_2 \uparrow$ は IS 曲線を右にシフトさせる

将来の生産性 z_2 の変化

投資関数: $I(r, z_2)$ かつ $\partial I(r, z_2)/\partial z_2 > 0$. $z_2 \uparrow$ と将来の生産性が上がることを知っ

たとする:

- ▶ 来期の生産性が高い \Rightarrow 投資を増やす \Rightarrow 消費 $C_1 \downarrow$ (代替効果)
- ▶ 来期の生産量が多い \Rightarrow 恒常所得 $\uparrow \Rightarrow$ 消費 $C_1 \uparrow$ (所得効果)

\Rightarrow トータルでは C_1 が上がるかどうかは分からない.

I が上がることは分かる.

- ▶ 仮に C_1 が下がるとする. それでも I の上がり幅 $>$ C_1 の下がり幅とする. そのとき $z_2 \uparrow$ は IS 曲線を右にシフトさせる

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデルを使った分析

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

練習問題…？

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

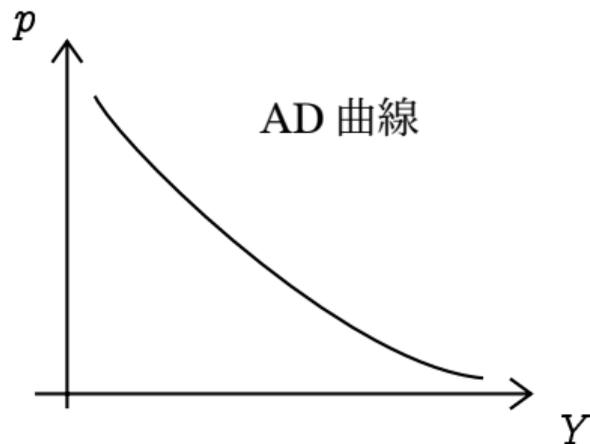
AD 曲線の導出：AD-AS モデルへの準備

IS-LM モデルでは物価 p は外生的に固定されている

- ▶ AD-AS モデルは IS-LM モデルを拡張し、物価 p をモデルの中で求める
 - ▶ AD 曲線 (aggregate demand) は IS-LM モデル
 - ▶ AS 曲線 (aggregate supply) は次回学ぶ

これから AD 曲線を導出する

AD 曲線とは：IS-LM モデルから導出される (Y, p) 平面上に右下がりの曲線



まずは単純な IS-LM モデルを元に，AD 曲線が (i) 数式的にどうなっているのか，
(ii) 右下がりであることを確認する

AD 曲線

$$\text{IS 曲線: } C(Y) + I(r) + G = Y$$

$$\text{LM 曲線: } M^S = m^D(Y, r)p$$

IS 曲線の逆関数を取る.

$$r = I^{-1}(Y - C(Y) - G)$$

これを r について代入することで,

AD 曲線：財市場と貨幣市場の均衡条件

AD 曲線

$$M^S = m^D(Y, I^{-1}(Y - G - C(Y)))p$$

と (Y, p) の関数を作ることができる.

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

AD 曲線の傾き：計算...

これから AD の関数の両辺を Y と p で全微分する。

$$M^S = m^D(Y, I^{-1}(Y - G - C(Y)))p$$

$$\Rightarrow 0 = \underbrace{p m_Y^D(Y, r) dY}_{+} + \underbrace{p m_r^D(Y, r) I^{-1'}(r) [1 - C'(Y)] dY}_{+} + \underbrace{m^D(Y, r) dp}_{+}$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dY} = -p \frac{m_Y^D(Y, r) + m_r^D(Y, r) I^{-1'}(r) [1 - C'(Y)]}{m^D(Y, r)} < 0$$

(なお $I'(r) < 0$ なので $I^{-1'}(r) < 0$ となる (逆関数の微分))。

このように AD 曲線の傾きが分かる。

AD 曲線が右下がりの直観的な理由：「 $p \uparrow \Rightarrow M^S < m^D(Y, r)p \Rightarrow$ 以下の 2 つの効果」

▶ $\Rightarrow Y \downarrow$

▶ $\Rightarrow r \uparrow \Rightarrow I(r) \downarrow Y \downarrow$

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

まとめ

今回のまとめ

- ▶ IS-LM は物価 p を固定した上で, (Y, r) の決定を分析するツール
 - ▶ 硬直的な物価 p
 - ▶ 部分均衡 (全ての価格が均衡で決まっていない, という意味)
- ▶ IS-LM において
 - ▶ 財政・金融政策ともに効果的 (財政政策は財源に注意)
 - ▶ ただし, 流動性の罫のときには金融政策は効果を失う
- ▶ 2 期間のモデルを元に解いても, 同様の IS 曲線が描ける

次回は物価 p の決定へ

LM 曲線の問題点：以前の復習

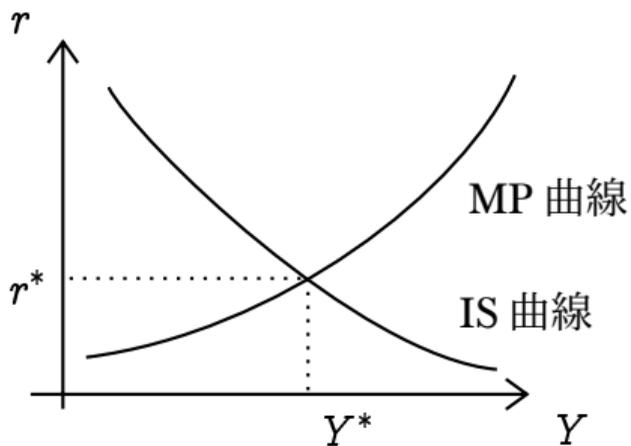
“いわゆる” 伝統的な金融政策

× 貨幣量の調整

○ 政策金利の調整

LM 曲線のように、「中央銀行が貨幣量を調整すると考えるモデルは、金融政策を考えるために良いモデルなのか？」

⇒ 貨幣量を調整するモデル (LM 曲線) ではなく、直接的に利子率を調整するモデル (MP 曲線) を考えよう。



結局，IS-LM モデルと同じ！

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

IS 曲線

基本的な IS-LM モデル

動学的な IS-LM モデル

AD 曲線

まとめ

補論：IS-MP モデル

数学補論

数学補論：

- ▶ 逆関数の導関数
- ▶ 曲線のシフト，2次元の図，3次元の関数

減少関数の逆関数

連続関数 $y = f(x)$ が単調減少関数ならば、逆関数 $f^{-1}(x)$ も単調減少関数。

[証明] : $x \neq x'$ という 2 点を取る。単調減少なので、

$$x < x' \Rightarrow f(x) > f(x')$$

$$\Leftrightarrow f(x) \leq f(x') \Rightarrow x \geq x' \quad (\because \text{対偶})$$

$$\Rightarrow f(x) < f(x') \Rightarrow x > x' \quad (\because x \neq x')$$

ここで $(y, y') \equiv (f(x), f(x'))$ と y, y' を定義する。すると、単調連続関数なので、逆関数が存在して、

$$y < y' \Rightarrow f^{-1}(y) > f^{-1}(y')$$

となる。これは証明目標と同じ。

曲線のシフト：2次元の図と3次元関数のグラフ

- ▶ $F(x, y, z) = 0$ という関数を考える.
- ▶ 仮定： $(F_x, F_y) < 0$ かつ $F_z > 0$ とする.
- ▶ 傾き：このとき

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_y}{F_x} < 0$$

なので、 F は (x, y) 平面上で右下がりになる.

- ▶ シフト： $F_z > 0$ なので、 z が上がったとき、 F は右にシフトする
 - ▶ z が高くなったとき、 (x, y) が大きくなることで $F = 0$ を維持できる

